

Technik der Satellitennavigation



Timo I. Denk, TGI12

Physik

Montag, 29. Juni 2015

Fachlehrer: Dr. Armin Sager

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis.....	2
Eigenständigkeitserklärung	2
1. Einführung.....	3
2. Grundlagen	4
2.1 Koordinatensystem	4
2.2 Positionsbestimmung	5
2.3 Geschwindigkeitsbestimmung.....	7
2.3.1 Numerisches Differenzieren der Empfängerposition.....	7
2.3.2 Trägerphasenauswertung	7
3. Uhren-Synchronisation.....	8
3.1 Genauigkeit	8
3.2 Relativistische Effekte	9
3.2.1 Spezielle Relativitätstheorie	9
3.2.2 Allgemeine Relativitätstheorie	10
3.2.3 Kombination und Einfluss beider Effekte.....	11
4. Signalgeschwindigkeit.....	12
4.1 Ionosphäre	12
4.2 Troposphäre	13
4.3 Frequenzwahl.....	13
5. Zusammenfassung.....	14
Quellenverzeichnis.....	15
Abbildungsnachweis	15
Weblinks.....	15
Onlineverfügbarkeit	15

Das Titelbild zeigt eine künstlerische Darstellung eines Navstar-2F Satelliten des GPS-Systems im Erdorbit.¹

Eigenständigkeitserklärung

Hiermit versichere ich, Timo Denk, dass ich die vorliegende schriftliche Ausarbeitung selbstständig und nur mit den angegebenen Hilfsmitteln verfasst habe. Alle Passagen, die ich wörtlich aus der Literatur oder aus anderen Quellen wie z. B. Internetseiten übernommen habe, habe ich als Zitat mit Angabe der Quelle kenntlich gemacht.

¹ <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Navstar-2F.jpg> (U.S. Air-Force)

1. Einführung

Das Thema dieser Arbeit ist eine Beschreibung der physikalischen Funktionsweise von globaler Positions- und Geschwindigkeitsbestimmung mithilfe von Navigationssatellitensystemen (Global Navigation Satellite Systems, GNSS). Als Beispiel wird die Technik des „Navigational Satellite Timing and Ranging – Global Positioning System“ (NAVSTAR GPS oder kurz GPS) herangezogen, da dieses am bekanntesten und am weitesten verbreitet ist. Das National Coordination Office for Space-Based Positioning, Navigation, and Timing definiert das GPS-System als „[...] eine U.S.-amerikanische Einrichtung, die den Nutzern die Dienste Positionsbestimmung, Navigation und eine Zeitreferenz bietet. Das System besteht aus drei Segmenten: Weltraum-, Steuerungs- und Nutzersegment. Die U.S. Air Force entwickelt und betreibt das Weltraum- und das Steuerungssegment.“²

Systeme wie das GPS dienen zur fast metergenauen Bestimmung der geographischen Position eines Anwenders auf der Erdoberfläche, in der Luft oder in einer erdnahen Umlaufbahn sowohl für das US-Militär als auch für kommerzielle und zivile Nutzer. Es wird beispielsweise in sogenannten „Navis“ (mobilen Navigationssystemen) eingesetzt, mit denen Fahrtrouten zwischen zwei Orten auf der Erde geplant und zur Zielführung verwendet werden. Auch in der Luft- und der Seefahrt wird GPS zur Navigation und zum Flottenmanagement verwendet, oder in der Geodäsie zur hochgenauen Landvermessung. Das Militär kann damit auch Kernwaffenexplosionen orten. Während das GPS-System Anfang der 1990er Jahre vom US-amerikanischen Verteidigungsministerium aufgebaut wurde und seit Mai 2000 für alle Nutzer verwendbar ist, stammt das bislang eingeschränkt nutzbare GLONASS aus Russland, und die sich noch im Aufbau befindlichen Systeme „Galileo“ und „BeiDou“ werden von der Europäischen Union bzw. China entwickelt. Auch Indien arbeitet an einem regional nutzbaren System.

Gegenwärtig besteht das GPS aus 31 Satelliten, die in rund 20.000 km Höhe die Erde auf um 55° zum Äquator geneigten Bahnen umkreisen und jeweils rund 2 Tonnen Masse aufweisen. Die Lebensdauer eines Satelliten beträgt etwa 10-15 Jahre. Als Erfinder des GPS gelten die US-Amerikaner Bradford W. Parkinson, Roger L. Easton und Ivan A. Getting. Der erste GPS-Satellit wurde 1978 gestartet.

Diese Arbeit beschreibt technische und physikalische Grundlagen der Satellitennavigation. Kapitel 2 gibt eine Einführung in die Grundlagen der Positions- und Geschwindigkeitsbestimmung. Dazu wird zunächst die Wahl eines sinnvollen Koordinatensystems erläutert. Anschließend wird die Positionsbestimmung mithilfe der Satellitentriangulation vorgestellt und zwei Verfahren zur Geschwindigkeitsbestimmung angerissen. Das dritte Kapitel, Uhren-Synchronisation, erklärt neben der Lösung des Problems der Ungenauigkeit von Empfängeruhren auch den Einfluss der Allgemeinen und der Speziellen Relativitätstheorie auf das System. Im Kapitel 4 über die Signalgeschwindigkeit werden die Einflüsse der Erdatmosphäre auf das Signal erklärt und berechnet. Das letzte Kapitel fasst die wichtigsten Aussagen der Arbeit zusammen.

² <http://www.gps.gov/systems/gps/>

2. Grundlagen

2.1 Koordinatensystem

Zur Bestimmung einer Position auf der Erdoberfläche wird ein Koordinatensystem benötigt. Das gängigste ist das geographische Gitter, das mit zwei Koordinaten, der geographischen Breite und der geographischen Länge, einen Punkt auf einer Referenzoberfläche beschreiben kann. Für eine Positionsbestimmung mit Satelliten ist es jedoch aufgrund der fehlenden dritten Dimension, dem Abstand zur Erdoberfläche, ungeeignet. Beim geographischen Gitter befinden sich alle Punkte auf einer Oberfläche, die Satelliten kreisen jedoch im Abstand von ca. 20.000 km um die Erde.

Als einheitliches System für die Angabe von Positionen auf der Erde und im erdnahen Weltraum wird daher das World Geodetic System 1984 (WGS 84) verwendet; hierbei handelt es sich um ein kartesisches Rechtssystem. Die X-Achse verläuft in Richtung 0° Länge und Breite, die Y-Achse nach 90° Ost ebenfalls durch den Äquator, und die Z-Achse vom Südpol zum Nordpol. Der Ursprung liegt nach Definition des Internationalen Dienstes für Erdrotation und Referenzsysteme (IERS) im Schwerpunkt der Erde. Das GPS arbeitet ebenso wie die Luftfahrt und andere Satellitennavigationssysteme mit dem WGS 84.

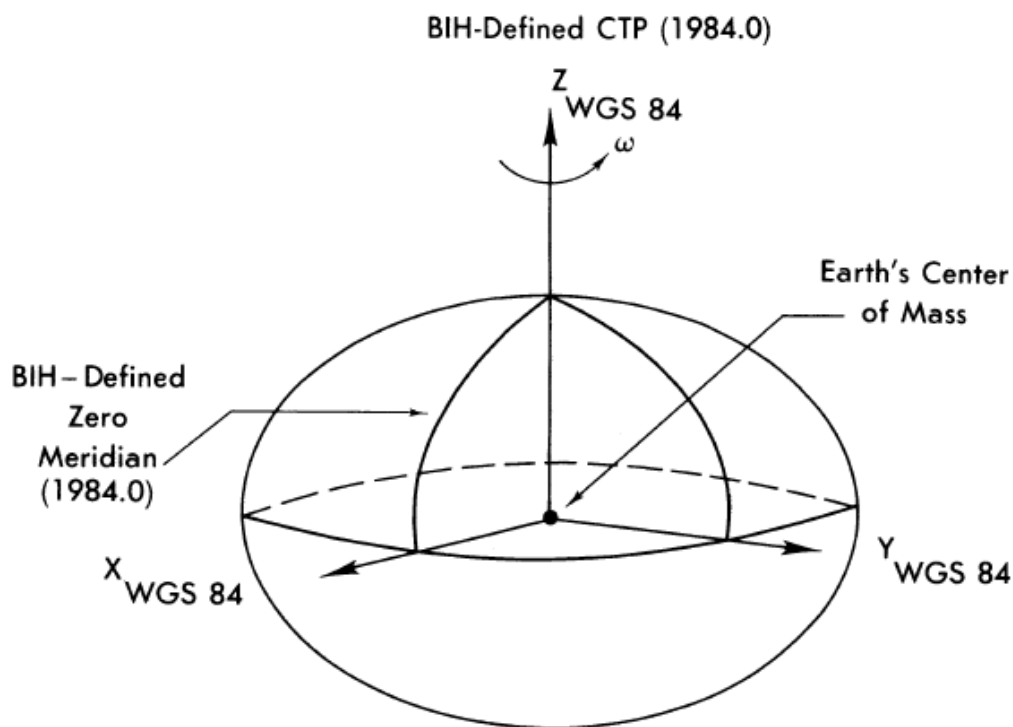


Abb. 1: Das offizielle Schaubild der WGS 84 Referenz.³

³ <http://earth-info.nga.mil/GandG/publications/tr8350.2/TR8350.2-b/Sections%201-5.pdf>

2.2 Positionsbestimmung

Die Position eines Empfängers kann mithilfe der GPS-Satelliten bestimmt werden. Dazu wird das Verfahren der Satellittriangulation eingesetzt, bei dem die Position eines Punktes bestimmt wird, indem der Abstand zwischen dem Punkt und drei bekannten Punkten gemessen wird. Die bekannten Punkte sind beim GPS die Satelliten, die ihre exakte Position zu jedem Zeitpunkt kennen.

In Kapitel 2.2 soll die Funktionsweise vereinfacht erklärt werden. Reale Fehlerquellen und Hürden werden erwähnt, aber noch nicht berücksichtigt. In den nachfolgenden Kapiteln 3 und 4 werden diese dann behandelt und erklärt.

Die Messung des Abstandes wird über die Signallaufzeit der gefunkten Informationen durchgeführt, da die Geschwindigkeit des Funksignals ungefähr gleich der Lichtgeschwindigkeit im Vakuum ist. Warum Licht und Signal nicht exakt gleich schnell sind, wird in Kapitel 4 erklärt.

$$v \approx c = 2,99792458 \cdot 10^8 \frac{m}{s} \quad (2.1)$$

Die Zeitspanne Δt , die das Signal benötigt, um vom Satelliten zum Empfänger zu gelangen, wird beim Empfänger bestimmt, indem von der Empfangszeit ($t_{\text{Empfänger}}$) die im Funksignal übermittelte Startzeit (t_{Sender}) abgezogen wird:

$$\Delta t = t_{\text{Empfänger}} - t_{\text{Sender}} \quad (2.2)$$

Auch diese Formel gilt nicht ohne Einschränkung, da der Empfänger keine ausreichend genau mit dem Satelliten synchronisierte Uhr hat. Wie die Signallaufzeit dennoch exakt bestimmt werden kann, bzw. wie die Ungenauigkeit der Empfängeruhr herausgerechnet werden kann, wird in Kapitel 3.1 erläutert.

Weil es sich beim GPS um eine Einweg-Entfernungsmessung handelt, ist es nicht möglich, ein Signal vom Boden zum Satelliten und wieder zurück zu senden, was geeignet wäre, um die Zeitunterschiede der beiden Uhren auszugleichen. Da GPS aber unbegrenzt vielen Empfängern zur Verfügung stehen soll, ist dieses Verfahren nicht umsetzbar.

Die Strecke, die das Signal zurückgelegt hat, kann nun approximiert werden:

$$d = v \cdot \Delta t \quad (2.3)$$

Nachdem die Distanz zu drei Satelliten und deren Position (die mit im Signal übermittelt wird) zeitgleich bestimmt worden ist, lassen sich die Koordinaten des Empfängers berechnen:

$$\begin{aligned} d_1 &= \sqrt{(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2 + (z_1 - z)^2} \\ d_2 &= \sqrt{(x_2 - x)^2 + (y_2 - y)^2 + (z_2 - z)^2} \\ d_3 &= \sqrt{(x_3 - x)^2 + (y_3 - y)^2 + (z_3 - z)^2} \end{aligned} \quad (2.4)$$

d_1 bis d_3 bezeichnen dabei die errechneten Abstände zu den Satelliten. Die xyz-Koordinaten mit Index stehen für die momentanen Positionen der Satelliten; x , y und z ohne Index repräsentieren die Koordinaten des Empfängers.

Zur Vorstellung hilft es, sich um die drei Satelliten Kugeln zu denken, die den zum Empfänger bestimmten Abstand als Radius haben und deren Mittelpunkte an der Position des jeweiligen Satelliten liegen. Die Schnittlinie der beiden ersten Kugeln bildet meistens einen Kreis (mathematisch ist es auch möglich, dass sich die Kugeln in nur einem oder in keinem Punkt schneiden). Die dritte Kugel schneidet den Kreis in zwei Punkten (auch hier wäre nur eine oder keine Lösung theoretisch möglich), analog dazu hat das obige Gleichungssystem mehrere Lösungen.

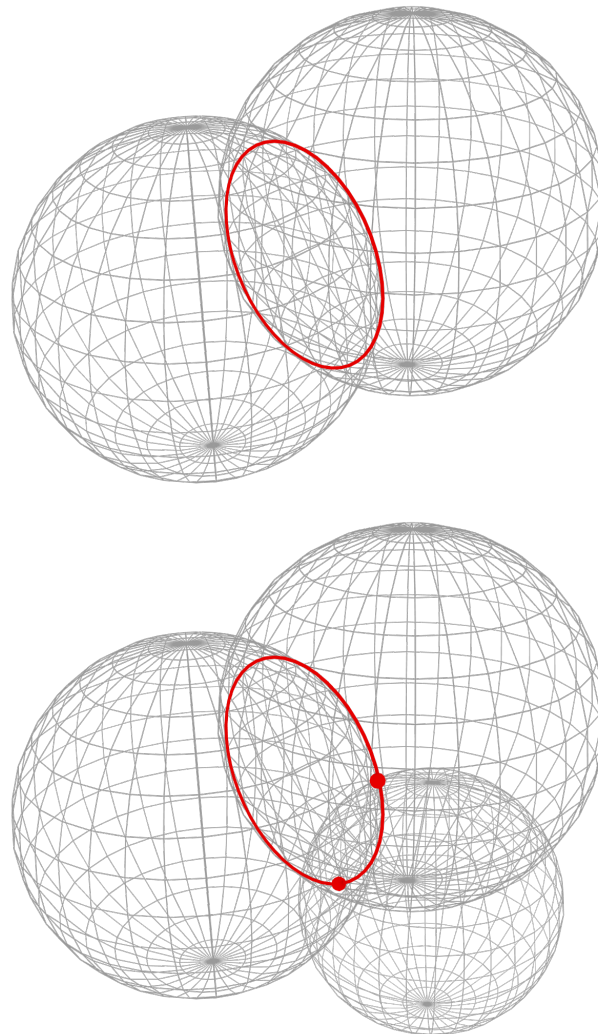


Abb. 2: Grafische Darstellung der Satellitentriangulation.

Um die Position dennoch eindeutig zu bestimmen, kann für Flugzeuge beispielsweise ein weiterer, vierter Bezugspunkt (Satellit) hinzugezogen werden - es muss dann das Signal von vier verschiedenen Satelliten empfangen werden. Je nach Anwendung kann aber auch einer der beiden Punkte ausgeschlossen werden, weil er beispielsweise nicht auf der Erdoberfläche liegt. Die Erdoberfläche wäre dann die vierte Kugel.

2.3 Geschwindigkeitsbestimmung

Das GPS-System kann neben der Positionsbestimmung auch dazu verwendet werden, die Geschwindigkeit des Empfängers zu errechnen. Es gibt dafür zwei Ansätze:

- Messung von zwei Positionen und der Zeit, die zwischen den Messungen verging (Numerisches Differenzieren der Empfängerposition)
- Berechnung der Geschwindigkeit mithilfe des Doppler-Effektes (Trägerphasenauswertung)

2.3.1 Numerisches Differenzieren der Empfängerposition

Bei diesem Verfahren wird keine Momentangeschwindigkeit, sondern eine mittlere Geschwindigkeit über eine Strecke zwischen zwei Positionsbestimmungen errechnet. Die Koordinaten der beiden Positionen seien hier mit $P(t_1)$ und $P(t_2)$ bezeichnet und zu den Zeitpunkten t_1 und t_2 bestimmt worden. Die durchschnittliche Geschwindigkeit, die der Empfänger zwischen den beiden Messungen hatte, kann mit der folgenden Formel berechnet werden:

$$v = \frac{P(t_2) - P(t_1)}{t_2 - t_1} \quad (2.5)$$

Nachteil dieses Verfahrens ist die geringe Genauigkeit bei kleinen zurückgelegten Distanzen. Über längere Strecken fällt der Fehler des GPS-Systems kaum merklich ins Gewicht. Es ist allerdings anzumerken, dass immer nur die Luftlinie als zurückgelegte Strecke zur Berechnung verwendet werden kann.

2.3.2 Trägerphasenauswertung

Eine erheblich genauere Geschwindigkeitsbestimmung erlaubt die Trägerphasenauswertung. Bei diesem Verfahren wird der Doppler-Effekt genutzt: Bei einer relativen Geschwindigkeit zwischen Satellit und Empfänger ist die Frequenz der empfangenen Trägerwelle (f_E) ungleich der gesendeten, bekannten Trägerfrequenz (f_T). Die Doppler-Verschiebung berechnet sich aus beiden Frequenzen:

$$\Delta f = f_E - f_T \quad (2.6)$$

Für die Berechnung der Geschwindigkeit des Empfängers relativ zum Satelliten gilt folgende Formel:

$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{\Delta f \cdot c}{f_T} = \frac{(f_E - f_T) \cdot c}{f_T} \quad (2.7)$$

Da im Signal des Satelliten dessen Geschwindigkeit relativ zur Erdoberfläche enthalten ist, kann der Empfänger seine eigene Geschwindigkeit relativ zur Erde determinieren.

3. Uhren-Synchronisation

Der Unterschied der Uhren von Empfänger und Satellit stellt bei der Bestimmung des Abstandes ein signifikantes Problem dar. In diesem Kapitel wird zunächst erklärt, wie generelle Ungenauigkeiten, wie sie bei jeder Uhr auftreten, ausgeglichen werden können und welche Probleme durch relativistische Effekte hervorgerufen werden.

3.1 Genauigkeit

Während GPS-Satelliten meistens über vier Atomuhren⁴ (zwei Rubidium-Oszillatoren und zwei Caesium-Fontänen) verfügen, die von Bodenstationen per Funk nachträglich kalibriert werden können, sind die Uhren der Empfänger, beispielsweise Smartphones oder Navigationsgeräte für das Kraftfahrzeug, relativ ungenau. Die Ungenauigkeit der Empfängeruhr stellt bei der Berechnung der Signallaufzeit eine Hürde dar.

Die tatsächliche Signallaufzeit errechnet sich, indem zur Empfangszeit addiert wird, um wie viel die Empfängeruhr vorgeht (verglichen mit der GPS-Uhr) und anschließend die Sendezeit abgezogen wird:

$$\Delta t_{\text{Signal}} = (t_{\text{Empfänger}} + t_{\text{Fehler}}) - t_{\text{Sender}} \quad (3.1)$$

Da t_{Fehler} nicht bekannt ist, also der Unterschied zwischen Empfänger und GPS-Uhr, hat die Gleichung 3.1 zwei Unbekannte, t_{Fehler} und Δt_{Signal} . Es wird folglich eine weitere Information benötigt.

Man kann zur Bestimmung der Position des Empfängers das in Kapitel 2.2 aufgestellte Gleichungssystem (2.4) um eine weitere Gleichung erweitern, wobei x , y und z die Koordinaten des Empfängers sind, d für die Distanzen zwischen Empfänger und Satelliten steht und die xyz-Koordinaten mit Indizes die Positionen des jeweiligen Satelliten bezeichnen. Die weitere Gleichung entspricht einem vierten Satelliten und ist die zusätzliche Information, die in Gleichung 3.1 fehlt.

$$\begin{aligned} d_1 &= \sqrt{(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2 + (z_1 - z)^2} = c \cdot \Delta t_{\text{Signal}_1} \\ d_2 &= \sqrt{(x_2 - x)^2 + (y_2 - y)^2 + (z_2 - z)^2} = c \cdot \Delta t_{\text{Signal}_2} \\ d_3 &= \sqrt{(x_3 - x)^2 + (y_3 - y)^2 + (z_3 - z)^2} = c \cdot \Delta t_{\text{Signal}_3} \\ d_4 &= \sqrt{(x_4 - x)^2 + (y_4 - y)^2 + (z_4 - z)^2} = c \cdot \Delta t_{\text{Signal}_4} \end{aligned} \quad (3.2)$$

Das Gleichungssystem (3.2) enthält vier Gleichungen und ebenso viele Unbekannte und ist daher lösbar - Grundlage ist, dass die Systemuhren der vier Satelliten synchronisiert sind. Wenn für Δt_{Signal} noch Gleichung 3.1 eingesetzt wird, erhält man Gleichung 3.3 für n Satelliten, wobei nur noch x , y , z und t_{Fehler} unbekannt sind.

$$(x_n - x)^2 + (y_n - y)^2 + (z_n - z)^2 = \left(c \cdot (t_{\text{Empfänger}_n} + t_{\text{Fehler}} - t_{\text{Sender}_n}) \right)^2 \quad (3.3)$$

⁴ http://science.nasa.gov/science-news/science-at-nasa/2002/08apr_atomicclock/

Zur Verdeutlichung des mathematisch gelösten Problems soll hier grafisch aufgezeigt werden, wie die fehlende Information (t_{Fehler}) bestimmt wird. Im Zweidimensionalen wird eine Information weniger benötigt als im Dreidimensionalen. Zur Positionsbestimmung reichen also die mit Zeitfehler gemessenen Abstände zu drei bekannten Punkten (Satelliten).

Grafisch dargestellt erkennt man die fehlende Information (den Uhrenunterschied) als nicht vorhandenen Schnittpunkt zwischen den drei Abstandskreisen (hier blau eingefärbt) zu den Satelliten S_1 , S_2 und S_3 . Wären die GPS-Uhren mit der Uhr des Empfängers exakt synchronisiert, würden sich alle drei Kreise in einem Punkt schneiden. Aufgrund des Zeitunterschiedes der Uhren ist dies aber nicht der Fall. Die tatsächliche Position des Empfängers (P) liegt im Schnittpunkt der gestrichelt dargestellten Linien (constant d_2-d_1 und constant d_3-d_1), die durch die Schnittpunkte der Radien der Abstandskreise (Radien: d_1 , d_2 , d_3) verlaufen.

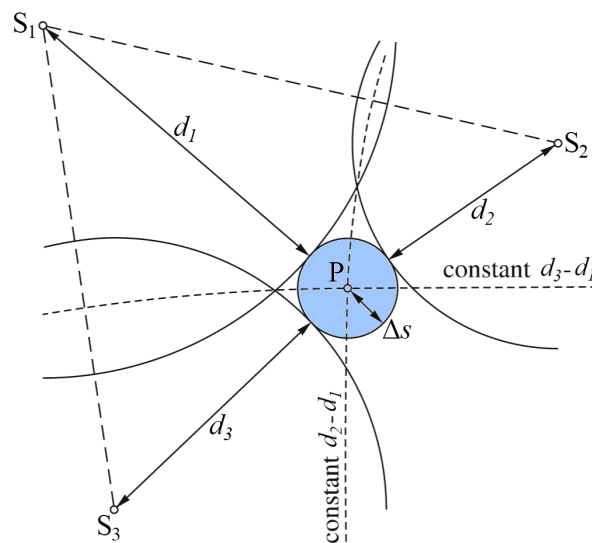


Abb. 3: Zweidimensionale Visualisierung der Positionsbestimmung (mit Uhrenfehler des Empfängers).⁵

Errechnet werden können sowohl die Zeitdifferenz zwischen Empfänger- und GPS-Uhr, also der Fehler der Empfängeruhr, als auch die Position des Empfängers. Das GPS kann demnach nicht nur zur Positionsbestimmung, sondern auch als exakte Zeitreferenz verwendet werden.

3.2 Relativistische Effekte

In diesem Kapitel wird der Einfluss der Speziellen und der Allgemeinen Relativitätstheorie von Albert Einstein auf die Positionsbestimmung mittels Satelliten errechnet und erklärt. Anschließend wird erläutert, wie das Problem in der Praxis gelöst wird.

3.2.1 Spezielle Relativitätstheorie

Satellit und Empfänger bewegen sich mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten zueinander. Gemäß der Speziellen Relativitätstheorie geht die Zeit des Satelliten, der sich schneller bewegt,

⁵ Adaptierte Grafik von Hofmann-Wellenhof et al. (2003: S. 37)

langsamer. Während auf der Erde die Zeit Δt abläuft, vergeht beim Satelliten die kleinere Zeitspanne $\Delta t'$:

$$\Delta t' = \Delta t \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (3.4)$$

Die Satelliten-Geschwindigkeit

$$v \approx 3881 \frac{m}{s} \quad (3.5)$$

wird aus dem Abstand zum Erdmittelpunkt (6378 km + 20230 km) und der Umlaufzeit von 11 Stunden und 58 Minuten berechnet.⁶ Die Uhren des Satelliten laufen um folgenden Faktor langsamer (Einsetzen der Werte in Formel 3.4):

$$\frac{\Delta t'}{\Delta t} = \sqrt{1 - \frac{\left(3,881 \cdot 10^3 \frac{m}{s}\right)^2}{\left(2,99792458 \cdot 10^8 \frac{m}{s}\right)^2}} = 0,99999999991624860 \quad (3.6)$$

Vergeht auf der Erde, beim Empfänger, eine Sekunde, so existiert danach eine Zeitdifferenz von ca. 84 Pikosekunden⁷ (die Satelliten-Uhr geht nach):

$$t_{\text{Differenz}_{SRT}} = 1s - \frac{\Delta t'}{\Delta t} \cdot 1s \approx -8,37514 \cdot 10^{-11} \hat{=} -83,7514 \text{ ps} \quad (3.7)$$

3.2.2 Allgemeine Relativitätstheorie

Die für das Timing der GPS-Uhren wichtige Aussage der Allgemeinen Relativitätstheorie ist die, dass bei höherem Gravitationspotential (U) die Zeit langsamer vergeht. Da die Satelliten-Uhren aufgrund ihres Abstandes von ca. 20230 km ein geringeres Gravitationspotential erfahren als der Empfänger auf der Erdoberfläche, laufen beide Uhren unterschiedlich schnell.

Die Potentialdifferenz berechnet sich wie folgt (hierbei ist G die Gravitationskonstante und M die Masse der Erde):

$$\Delta U = G \cdot M \cdot \left(\frac{1}{r_{\text{Empfänger}}} - \frac{1}{r_{\text{Sender}}} \right) \quad (3.8)$$

Während auf der Erde die Zeit Δt abläuft, vergeht beim Satelliten die um den folgenden Faktor größere Zeitspanne $\Delta t'$:

$$\frac{\Delta t'}{\Delta t} = 1 + \frac{\Delta U}{c^2} \approx 1 + 5,290 \cdot 10^{-10} \quad (3.9)$$

⁶ <http://www.gps.gov/systems/gps/space/>

⁷ Die Vorsilbe Piko entspricht 10^{-12} (ein Billionstel) gleichzusetzen ist. Die Abkürzung ist: p.

Wenn beim Empfänger auf der Erde eine Sekunde vergeht, so existiert danach eine Zeitdifferenz von ca. 529 Pikosekunden (die Satelliten-Uhr geht vor):

$$t_{\text{Differenz}_{\text{ART}}} = 1s - \left(1 + 5,290 \cdot 10^{-10}\right) \cdot 1s = 5,290 \cdot 10^{-10}s \hat{=} 529,0ps \quad (3.10)$$

3.2.3 Kombination und Einfluss beider Effekte

Addiert man die beiden in Kapitel 3.2.1 und 3.2.2 errechneten Zeitveränderungen, um den resultierenden Zeitunterschied pro Sekunde zu errechnen, so erhält man eine Abweichung von ca. 445 Pikosekunden pro Sekunde (Erdzeit):

$$t_{\text{Differenz}_{\text{SRT}}} + t_{\text{Differenz}_{\text{ART}}} = -83,8ps + 529,0ps = 445,2ps \quad (3.11)$$

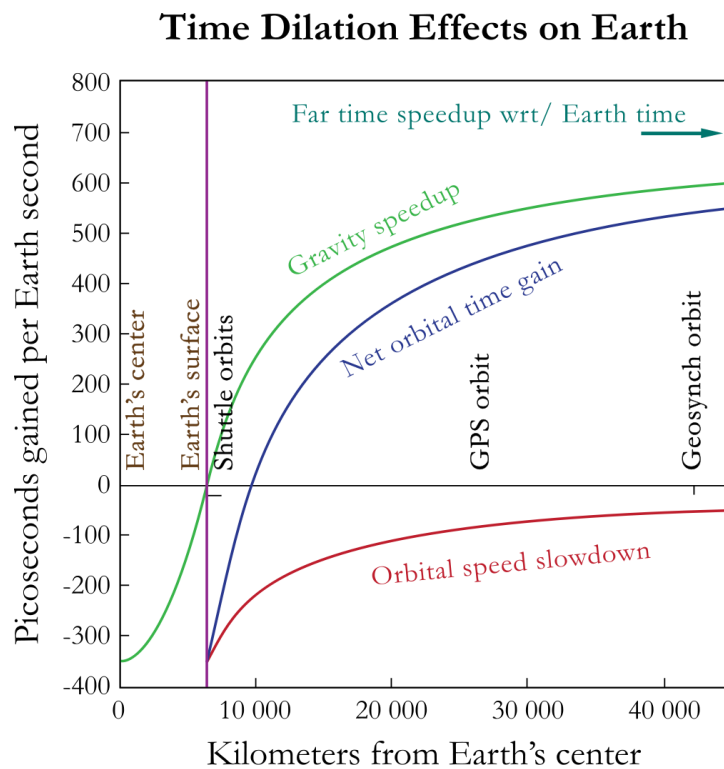


Abb. 4: Das Diagramm trägt die Geschwindigkeit der Zeit relativ zur Zeit auf der Erdoberfläche in Abhängigkeit vom Abstand zum Erdmittelpunkt auf.⁸

Durch die Zeitdilatation, also die unterschiedliche Geschwindigkeit der Uhren auf der Erde und im Satellit, würden die GPS-Uhren nach kurzer Zeit merkbar falsch gehen. Dieses Phänomen wird durch eine angepasste Kalibrierung der Satelliten-Uhren gelöst; eine Sekunde wird für die verbauten Atomuhren um ca. 445 Pikosekunden kürzer definiert. Noch auf der Erde laufen die GPS-Atomuhren also langsamer als Erduhren.

⁸ https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Orbit_times.svg

4. Signalgeschwindigkeit

Um die Distanz zwischen Satellit und Empfänger zu berechnen, ist es erforderlich, die Signalgeschwindigkeit zu kennen. Elektromagnetische Wellen breiten sich im Vakuum mit Lichtgeschwindigkeit aus; in der Atmosphäre ist das Signal jedoch langsamer. Ins Gewicht fällt dabei der Einfluss von Ionosphäre und Troposphäre.

4.1 Ionosphäre

Den größten Einfluss auf Geschwindigkeit des Signals hat die Ionosphäre (Lage: 80 - 1.000 km). Die Gruppengeschwindigkeit, also die Geschwindigkeit, mit der sich ein Wellenpaket als Ganzes fortbewegt, lässt sich mit folgender Formel berechnen:

$$v_g = c \left(1 - \frac{N_e}{N_0} \right)^{-1/2}$$

N_e steht für die Elektronendichte, die in der Ionosphäre sehr hoch ist, da die vorliegenden Gasmoleküle durch die energiereiche Ultraviolett- und Röntgenstrahlung der Sonne ionisiert werden.

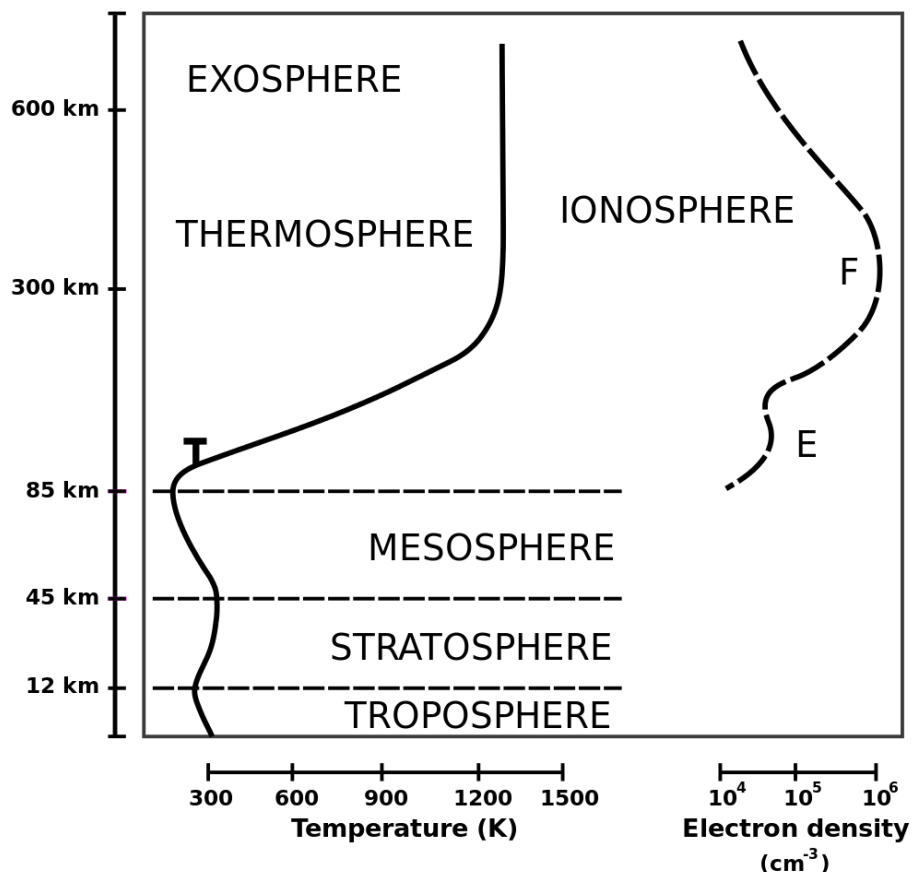


Abb. 5: Temperatur und Elektronendichte in der Atmosphäre.⁹

Das U.S. Militär, dem zwei Frequenzbänder (L_1 und L_2) zur Verfügung stehen, kann den verzögernden Effekt der Ionosphäre verhältnismäßig genau herausrechnen, da die Signale auf

⁹ https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Atmosphere_with_ionosphere.svg

beiden Frequenzbändern unterschiedlich stark abgebremst werden. Der Grund hierfür ist die Frequenz-Abhängigkeit der Geschwindigkeit eines Signals in einem Medium (siehe Gleichung 4.1).

Zivilen Anwendern bleibt entweder der Einsatz von sehr teuren Empfängern, die das militärische L_2 Band zwar nicht entschlüsseln, aber erkennen können oder die Rechnung mit Mittelwerten über die Ionosphäre, die von verschiedenen GPS-unabhängigen Satelliten bereitgestellt werden. Diese erhalten ihre Werte auf dieselbe Weise wie das Militär, also durch Messen der Signalverzögerung auf verschiedenen Frequenzen.

4.2 Troposphäre

In der Troposphäre (Dicke: ca. 8 km an den Polen und ca. 18 km am Äquator), der untersten Atmosphärenschicht, liegen nahezu keine freien Elektronen oder Ionen vor. Die Verlangsamung des Signals wird von den Faktoren Temperatur, Druck und Luftfeuchtigkeit beeinflusst.

Die Troposphäre kann vom Empfänger kaum berücksichtigt werden, da das Wetter zu ortsabhängig ist und die troposphärischen Effekte von der Frequenz unabhängig sind. Es gab bereits bei anderen GNSS Versuche, diese Einflüsse mithilfe von genauen Informationen über die Troposphäre herauszurechnen.¹⁰

4.3 Frequenzwahl

Um die Störeffekte generell zu minimieren, wurde die Frequenz der Signale so gewählt, dass die Atmosphäre einen möglichst kleinen Einfluss auf die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Signale hat. Die Grundfrequenz des GPS-Signals wird durch die Atomuhren der Satelliten stabilisiert und beträgt:

$$f_0 = 10,23 \text{ MHz}$$

$$\gamma_0 = \frac{c}{f_0} = 29,3 \text{ m} \quad (4.2)$$

Davon abgeleitet hat der Träger L_1 eine Frequenz von

$$f_1 = 154 \cdot f_0 = 1575,42 \text{ MHz} \quad (4.3)$$

und der Träger L_2 die Frequenz:¹¹

$$f_2 = 120 \cdot f_0 = 1227,60 \text{ MHz} \quad (4.4)$$

Diese Frequenzen sind deshalb geeignet, da bei sehr tiefen Frequenzen ($< 100 \text{ MHz}$) ionosphärische Effekte stärkeren Einfluss haben und bei sehr hohen Frequenzen ($> 10 \text{ GHz}$) die Troposphäre stark verlangsamt. Deshalb wurden Frequenzen im Bereich dazwischen gewählt.

¹⁰ http://www.navipedia.net/index.php/Earth_Sciences#Troposphere_Monitoring

¹¹ <http://www.gps.gov/technical/ps/1995-SPS-signal-specification.pdf>

5. Zusammenfassung

Mithilfe von Satellitennavigationssystemen kann die Position von beliebig vielen Empfängern auf der Erde und im erdnahen Weltraum durch die Methode der Triangulation theoretisch genau bestimmt werden. Ohne die Ungenauigkeit der Empfängeruhr und den verlangsamen Effekt der Atmosphäre wäre dabei für eine exakte Positionsbestimmung der Funkkontakt zu vier Satelliten erforderlich, für Empfänger auf einer referenzierten Erdoberfläche nur zu drei Satelliten. Um den Uhrenfehler zu korrigieren, ist in beiden Fällen ein weiterer Satellit erforderlich. Neben der Positionsbestimmung kann das GPS-System damit auch als Zeitreferenz dienen.

Die Geschwindigkeit des Empfängers kann durch Differenzieren der Empfängerposition (relativ ungenau) oder durch das Verfahren der Trägerphasenauswertung bestimmt werden. Letztere Technik nutzt den Doppler-Effekt, um die Relativgeschwindigkeit zwischen Satellit und Empfänger zu errechnen.

Aufgrund der durch die Allgemeine und die Spezielle Relativitätstheorie Albert Einsteins erklärten relativistischen Effekte gehen die Uhren der Satelliten pro Erdsekunde um 445,2 Pikosekunden ($445,2 \cdot 10^{-12}$ s) vor. Dieser Zeitunterschied wird durch eine entsprechend angepasste „Fehl-Kalibration“ der Atomuhren des GPS-Systems ausgeglichen.

In der Erdatmosphäre wird das Funksignal der Satelliten verlangsamt. Wesentlichen Einfluss haben dabei die Ionosphäre (ca. 80-1000 km über der Erdoberfläche) und die Troposphäre (ca. 0-12 km). Die Verlangsamung in der Ionosphäre lässt sich auf die dortige hohe Elektronendichte zurückführen und ist direkt von der Frequenz des Signals abhängig. Das ermöglicht eine genaue Berechnung der Verlangsamung des Signals. Daher entsteht durch diesen Effekt kein Präzisionsverlust. Die Troposphäre ist die unterste Schicht der Atmosphäre. Dort variiert die Verlangsamung des Signals lokal und zeitlich aufgrund des Wettergeschehens sehr stark, was für die Genauigkeit des GPS problematisch und praktisch nicht korrigierbar ist. Die Signalsendefrequenzen der Satelliten wurden daher so gewählt, dass die Atmosphäre einen möglichst geringen Einfluss hat.

Quellenverzeichnis

Der Abruf aller genannten Webseiten erfolgte im Mai oder im Juni 2015. Neben diversen Wikipedia¹² Artikeln wurde aus den folgenden Quellen ein allgemeiner Überblick über das Thema gewonnen:

- Braun, M.: Das GPS-System - Funktionsweise und Einsatzmöglichkeiten im Physikunterricht. Lehrstuhl für Physik und ihre Didaktik, Physikalisches Institut, Julius-Maximilians-Universität Würzburg, Juli 2007.¹³
- Braun, M. und Wilhelm, T.: Das GPS-System im Unterricht.¹⁴
- Hofmann-Wellenhof, B.; Lichtenegger, H.; Wasle, E.: GNSS - Global Navigation Satellite Systems. GPS, GLONASS, Galileo, and more. Springer-Verlag Wien, 2008.
- Homrighausen, C.: Das GPS-System. Eine theoretische Annäherung und Ansätze zur Anwendung im Physikunterricht. Universität Bielefeld, Fakultät für Physik, 27. Oktober 2008.¹⁵
- Röbbke-Doerr, P.: Navigation mit Satelliten. Grundlagen des Global Positioning System. c't 1/2003, S.150.
- Schüttler, T.: Satellitennavigation. Wie sie funktioniert und wie sie unseren Alltag beeinflusst. Springer-Verlag; Berlin Heidelberg, 2014.
- Van Flandern, T.: What the Global Positioning System Tells Us about Relativity. Univ. of Maryland & Meta Research.¹⁶

Quellen zu spezielleren Informationen wurden im Text als Fußnote angegeben.

Abbildungsnachweis

Die Quellen sämtlicher Abbildungen sind im Text als Fußnote der Bildunterschrift des jeweiligen Bildes angegeben. Falls dies nicht der Fall ist handelt es sich um ein eigenes Werk.

Die Gleichungen, Formeln, etc. wurden mit der Software MathType von Design Science, Inc. (Version 6.7h) erstellt.

Die 3D Grafik (Abb. 2) wurden mit der Software Blender in Version 2.74 erstellt.

Weblinks

- Public information about the U.S. Global Positioning System (GPS): <http://www.gps.gov/>
- Global Positioning System - Standard Positioning Service: Signal Specification: <https://www.u-blox.com/images/stories/Resources/gpspps1.pdf>

Onlineverfügbarkeit

Eine PDF Version dieser Ausarbeitung steht auf <http://www.simssso.de/?weiterleitung=GPS> zum Download bereit.

¹² <http://www.wikipedia.org/>

¹³ <http://www.thomas-wilhelm.net/arbeiten/ZulaGPS.pdf>

¹⁴ <http://thomas-wilhelm.net/veroeffentlichung/GPS.pdf>

¹⁵ <http://www.physik.uni-bielefeld.de/didaktik/Examensarbeiten/MasterarbeitHomrighausen.pdf>

¹⁶ <http://www.metaresearch.org/cosmology/gps-relativity.asp>